
Informations chiffrées

Plan du chapitre

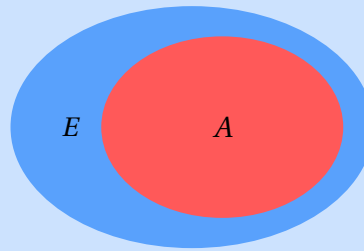
I Proportion et pourcentage	2
II Taux d'évolution et coefficient multiplicateur	4
A - Taux d'évolution	4
B - Coefficient multiplicateur	5
III Évolution réciproque	6
IV Évolutions successives	8
V Exercices	10
A - Proportions et pourcentages	10
B - Taux d'évolution et coefficient multiplicateur	11
C - Évolution réciproque	12
D - Évolutions successives	12

Partie I Proportion et pourcentage

Définition 1 : Population et proportion

On considère :

- Une **population** notée E , le nombre d'éléments de E est noté N_E ;
- Une partie de cette population notée A , le nombre d'éléments de A est noté n_A .



La **proportion** des éléments de A par rapport à l'ensemble E est le **quotient du nombre d'éléments de la partie A par le nombre total d'éléments de E** . On note p cette proportion et on a :

$$p = \frac{N_E}{n_A}$$

Information : Pourcentage

La proportion p est souvent exprimée en pourcentage, de la façon suivante : $p = k\%$.

Pour déterminer la valeur k il faut :

$$k = p \times 100$$

Concrètement : $p = (p \times 100) \%$

Exemple :

Dans un élevage de 16 chevaux, il y en 3 qui sont gris.

Donc la **proportion** de chevaux gris dans l'élevage est de $\frac{3}{16} \approx 0,1875$ ou 18,75%.

Propriété 1 : Pourcentage d'une quantité

Pour k et Q deux nombres réels positifs, $k\%$ d'une quantité Q est égal au produit :

$$\frac{k}{100} \times Q$$

Exemple :

Dans une classe de 35 élèves, il y a 15% de filles. Quel est le nombre de filles dans la classe?

On veut calculer 15% de 35, c'est-à-dire :

$$\frac{15}{100} \times 35 = 5,25$$

Comme il y a un nombre entier de filles, il y a 5 filles dans la classe.

À savoir faire 1 : Proportion et pourcentage d'une quantité

Voici la répartition des buts en carrière professionnelle de Cristiano Ronaldo au 1^{er} janvier 2024 :

Club	Sporting CP	Manchester United	Real Madrid CF	Juventus	Al-Nassr FC	Portugal
Buts	5	145	450	101	32	127

1. Exprimer la proportion de ses buts marqués au Real Madrid CF dans sa carrière, sous forme fractionnaire puis en pourcentage.

.....

.....

.....

.....

.....

2. Exprimer la proportion de ses buts marqués au sein d'une équipe européenne.

.....

.....

.....

.....

.....

3. 18% des buts de ses buts au Real Madrid ont été marqués du pied gauche, déterminer alors le nombre buts qu'il a marqué du pied gauche au Real Madrid.

.....

.....

.....

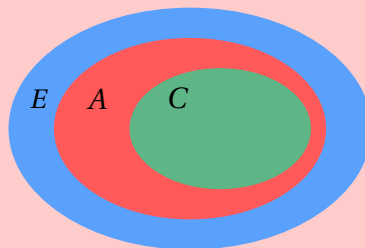
.....

.....

Propriété 2 : Proportion de proportion - Pourcentage de pourcentage

On considère :

- Une **population** notée E , le nombre d'éléments de E est noté N_E ;
- Une partie de cette population notée A , le nombre d'éléments de A est noté n_A .
- Une partie de la population A notée C , le nombre d'éléments de C est noté n_C .



La proportion de C dans E est le produit de la proportion de C dans A par la proportion de A dans E :

$$p = \frac{n_C}{n_A} \times \frac{n_A}{N_E}$$

Ainsi en termes de pourcentage, le pourcentage $T\%$ de C dans E est le produit du pourcentage $t\%$ de C dans A par le pourcentage $t'\%$ de A dans E :

$$T\% = t\% \times t'\%$$

✂ À savoir faire 3 : Déterminer un taux d'évolution

1. Le prix d'une télévision était initialement de 500€, mais suite à un réduction le prix passe à 450€.

(a) Sans le calculer, donner le signe du taux d'évolution du prix de la télévision.

.....

(b) Déterminer le taux d'évolution du prix de cette télévision.

.....

2. Le prix d'un litre d'essence était de 1,90€ la semaine 1 et de 2€ la semaine 2.

(a) Sans le calculer, donner le signe du taux d'évolution du prix de l'essence entre ces deux semaines.

.....

(b) Déterminer le taux d'évolution du prix de l'essence.

.....

B - Coefficient multiplicateur

Définition 3 : Coefficient multiplicateur

Le **coefficient multiplicateur**, noté CM, de l'évolution de V_0 à V_1 est le nombre par lequel V_0 doit être multiplier pour obtenir V_1 .

Pour V_0 non nul on a alors :

$$CM = \frac{V_1}{V_0}$$

💡 À retenir :

- Le coefficient multiplicateur d'une évolution est toujours positifs;
- Si l'évolution est une **hausse**, alors le coefficient multiplicateur est une valeur numérique strictement supérieure à 1 : $CM > 1$;
- Si l'évolution est une **baisse**, alors le coefficient multiplicateur est une valeur numérique comprise entre 0 et 1 : $0 \leq CM < 1$

Propriété 3 : Lien entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Si t est le taux d'évolution de V_0 à V_1 et CM est le coefficient multiplicateur de cette évolution, on a alors :

$$CM = 1 + t$$

Propriété 4 : Augmentation - diminution

Pour $k > 0$ on a :

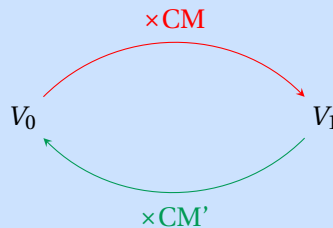
- **Augmenter** la valeur d'une quantité de $k\%$ équivaut à la multiplier par $\left(1 + \frac{k}{100}\right)$;
- **Diminuer** la valeur d'une quantité de $k\%$ équivaut à la multiplier par $\left(1 - \frac{k}{100}\right)$.

Exemple :

- **Augmenter** un prix de 5% c'est multiplier le prix par
- **Diminuer** un prix de 5% c'est multiplier le prix par

Partie III Évolution réciproque**Définition 4 : Évolution réciproque**

Si une quantité évolue d'une valeur initiale V_0 (non nulle) à une valeur finale V_1 , alors l'**évolution réciproque** fera revenir la valeur V_1 en la valeur V_0 .



Une hausse est toujours compensée par une baisse et réciproquement.

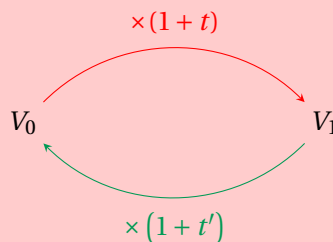
- Si le taux t est positif alors le taux réciproque t' est négatif : une baisse compense une hausse;
- Si le taux t est négatif alors le taux réciproque t' est positif : une hausse compense une baisse;

On a alors :

$$CM' = \frac{V_0}{V_1} \quad \text{ou} \quad CM' = \frac{1}{CM}$$

Propriété 5 : Taux d'évolution réciproque

Si t est le taux d'évolution entre V_0 et V_1 , alors le taux d'évolution réciproque t' est le taux d'évolution entre V_1 et V_0 .



On a alors $t' = CM' - 1$, d'où :

$$t' = \frac{V_0}{V_1} - 1 \quad \text{ou} \quad t' = \frac{1}{1 + t} - 1$$

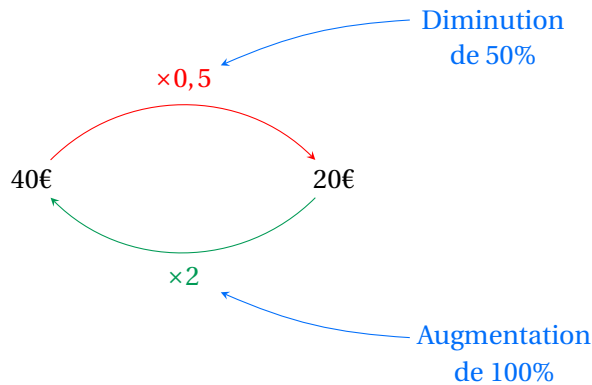
🚫 Erreur fréquente : Attention aux fausses idées!

Le taux d'évolution réciproque n'est pas l'opposé du taux d'évolution initial. C'est-à-dire :

$$~~t' = -t~~$$

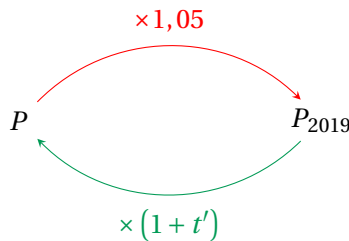
En effet une baisse de 50% n'est pas compensée par une hausse de 50% mais par une hausse de 100%, car :

$$t' = \frac{1}{1 - 0,5} - 1 = 1 = 100\%$$



Exemple :

Du 1^{er} janvier 2018 au 1^{er} janvier 2019, la population d'une ville augmente de 5%.
 On constate qu'au 1^{er} janvier 2020, cette population a retrouvé son niveau du 1^{er} janvier 2018.
 Notons P la population au 1^{er} janvier 2018 et au 1^{er} janvier 2020, et par P_{2019} la population au 1^{er} janvier 2019.



On a alors :

$$t' = \frac{1}{1 + 0,05} - 1 \simeq 0,95 - 1 = -0,05 = -5\%$$

✂ À savoir faire 4 : Manipuler les évolutions réciproques

- Après une hausse de 8% le prix d'un article est de 243€. Quel était le prix de cet article avant l'augmentation?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Partie V Exercices

A - Proportions et pourcentages

★★☆☆☆ EXERCICE 1 (Biscuit) (V)

Sur un paquet de biscuits, on lit les informations ci-dessous.

• Riz complet	65%
• Sarrasin	19,5%
• Maïs	15,5%
• Poids net	140g

- Y-a-t-il d'autres ingrédients dans la composition de ces biscuits?
Expliquer.
- Calculer la masse de chaque ingrédient

★★☆☆☆ EXERCICE 2 (Gaucher) (V)

Dans une classe de 32 élèves, 6 élèves sont gauchers.

- Écrire la proportion de gauchers dans cette classe avec :
 - Une fraction;
 - Une écriture décimale;
 - Un pourcentage.
- Trois nouveaux élèves arrivent dans cette classe. L'un d'eux est gaucher.
Écrire la nouvelle proportion de gauchers dans la classe (*suivant les trois formes données précédemment*).

★★☆☆☆ EXERCICE 3 (Tableau) (V)

Compléter le tableau suivant en écrivant chaque proportion sous différentes formes.

Fractionnaire	$\frac{2}{5}$
Décimale	...	0,75	...	0,12	...
Pourcentage	8%	...	60%

★★☆☆☆ EXERCICE 4 (Élection) (L)

Voici les résultats obtenus dans deux bureaux de votes par un candidat à une élection.

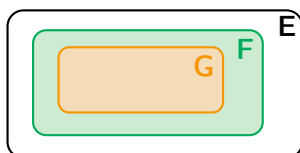
Bureau 1	
Bulletins exprimés :	780
M.Dupont :	40%
Autres candidats :	60%

Bureau 2	
Bulletins exprimés :	420
M.Dupont :	65%
Autres candidats :	35%

- Quel est le nombre de personnes ayant voté pour M.Dupont dans le **Bureau 1**? Et dans le **Bureau 2**?
- Quel est pourcentage des bulletins exprimés a obtenu ce candidat dans l'ensemble des bureaux de vote?

★★☆☆☆ EXERCICE 5 (Fichiers audio) (L)

Sur le smartphone de Juliette, les fichiers audio occupent 65% de la capacité de la carte mémoire et 72% de ces fichiers sont de la musique française.



- Le schéma ci-dessus illustre cette situation.
Que représente les ensembles **E**, **F** et **G**?
- Calculer le pourcentage de la capacité de la carte mémoire occupée par les fichiers de musique française.

B - Taux d'évolution et coefficient multiplicateur

★★☆☆☆ EXERCICE 6 (Taux et coefficient) ⌚

- Déterminer le taux d'évolution puis le coefficient multiplicateur associé à chacune des **augmentations** suivantes :
 - 20% • 10,25% • 0,7% • 0,02% • 100% • 350%
- Déterminer le taux d'évolution puis le coefficient multiplicateur associé à chacune des **diminutions** suivantes :
 - 20% • 10,25% • 0,7% • 0,02% • 100%
- Pour chacun des **coefficients multiplicateurs** suivants, s'il correspond à une augmentation ou une diminution et donner le taux d'évolution en pourcentage :
 - 1,25 • 0,2 • 5 • 1,543 • 1,005 • 0,999

★★★★☆☆ EXERCICE 7 (Chiffres d'affaires) ⌚

Voici les résultats d'un grand groupe pour les années 2002 et 2003, en milliards de dollars.

Années	2002	2003
Chiffres d'affaires	54	50,4
Bénéfice net	0,49	0,7
Nombres d'avions livrés	381	287

- Déterminer la variation absolue de chacune des données.
*La **variation absolue** est la différence entre la valeur finale et la valeur initiale, ainsi le taux de variation et le rapport entre la variation absolue et la valeur initiale.*
- Déterminer l'évolution relative de chacune des données (*arrondir les résultats au centième près*).
- Si l'évolution se poursuit avec les mêmes taux d'évolution, estimer le résultats pour l'année 2004.

★★☆☆☆ EXERCICE 8 (Vacances) ⌚

Cette année les vacances d'Adrien vont lui coûter deux fois plus cher tandis-que Justin deux fois moins cher. Calculer le taux d'évolution **puis** le coefficient multiplicateur, du coût des vacances d'Adrien et de Justin entre l'année dernière et cette année.

★★☆☆☆ EXERCICE 9 (Laiton) ⌚

Les laitons sont des alliages de cuivre et de zinc. Un échantillon de laiton contient 336g de cuivre. Sachant que le laiton contient 70% de cuivre, quelle est la masse de cet échantillon?

C - Évolution réciproque

★★☆☆☆ EXERCICE 10 (Évolution réciproque) (L)

Compléter le tableau ci-dessous :

CM	1,6	0,8	5	0,25
Inverse de CM

En utilisant le tableau précédent déterminer :

1. Le taux d'évolution associé au coefficient multiplicateur 1,6 et son taux réciproque;
2. Le taux d'évolution d'une diminution de 20%;
3. Le taux d'évolution d'une augmentation de 400%;
4. Le taux d'évolution d'une diminution de 75%.

D - Évolutions successives

★★☆☆☆ EXERCICE 11 (Carottes) (V)

Au printemps 2018, le prix moyen d'un kilogramme de carottes a subi une hausse de 40% puis une nouvelle hausse de 18%.

1. Calculer le coefficient multiplicateur global.
2. Quel pourcentage de hausse global a subi de prix?

★★☆☆☆ EXERCICE 12 (Pétrole) (V)

On décrit dans le tableau suivant l'évolution du prix du baril de pétrole.

Période	2011 → 2013	2013 → 2015
Évolution	↗	↘
Pourcentage	16,28%	56,82%

Déterminer l'évolution globale du prix du baril de pétrole entre 2011 et 2015.

★★☆☆☆ EXERCICE 13 (Une histoire de pull) (L)

1. Un pull coûte 17€. Le pull est tellement hideux que le commerçant décide de l'offrir à la première personne entrant dans le magasin. Quelle est la réduction consentie sur le pull?
2. Peut-on avoir une réduction de 200%? *Expliquer.*
3. Un article subit successivement quatre réduction de 50%. Quelle est la réduction finalement appliquée?

★★☆☆☆ EXERCICE 14 (Prix d'un objet) (L)

Le coût d'un objet augmente de 10% le 1^{er} janvier.

Il augmente encore, le 1^{er} septembre de 20% par rapport au prix précédent; il est alors égal à 792€.

1. Combien coûtait-il avant les deux augmentations?
2. Quel est le pourcentage de l'augmentation unique ayant le même effet sur le prix de l'objet que les deux augmentations précédentes?
3. L'affirmation suivante est-elle **Vraie** ou **Fausse**?
« Deux augmentations de 10% puis 20% peuvent être remplacées par une augmentation unique de 30%. »