

Géométrie de base

Plan du chapitre

I Repérage	2
A - Repérage et coordonnées.....	2
B - Distance dans un repère orthonormé.....	4
C - Milieu d'un segment	5
II Configurations du plan	6
A - Quadrilatères	6
B - Distance et ensemble de points	7
III Exercices	9
A - Repérage.....	9
B - Calculs avec les coordonnées	10
C - Figures géométriques	11

Introduction

Dans ce chapitre, nous allons découvrir les notions fondamentales de géométrie plane : comment se repérer grâce aux coordonnées, calculer des distances et trouver le milieu d'un segment. Nous étudierons aussi différentes configurations du plan avant de mettre en pratique ces outils à travers des exercices.

Partie I Repérage

A - Repérage et coordonnées

Définition 1 : Repère

Définir un **repère** c'est donner trois points O, I et J non alignés dans un ordre précis.

On note $(O; I, J)$ ce repère et :

- le point O l'**origine** du repère;
- la droite (OI) est l'**axe des abscisses** orienté de O vers I , la longueur OI donne l'**unité sur cet axe**;
- la droite (OJ) est l'**axe des ordonnées** orienté de O vers J , la longueur OJ donne l'**unité sur cet axe**.

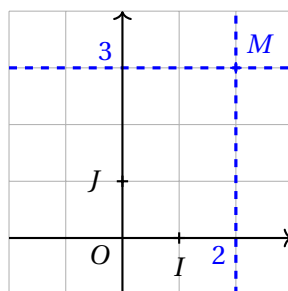
Méthode 1 : Repérer un point

Pour **repérer** un point M sur un repère,

- On trace les parallèles passant par M et on précise l'abscisse x et l'ordonnée y du point M au niveau des axes;
- Le couple (x, y) est le couple des coordonnées du point M et on note $M(x, y)$.

Exemple :

On représente le repère $(O; I, J)$ et le point M ci-dessous :



Le point M a pour coordonnées $(2, 3)$.

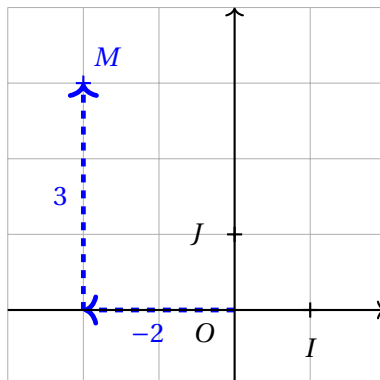
Méthode 2 : Placer un point

Pour **placer** un point M de coordonnées (x, y) sur un repère,

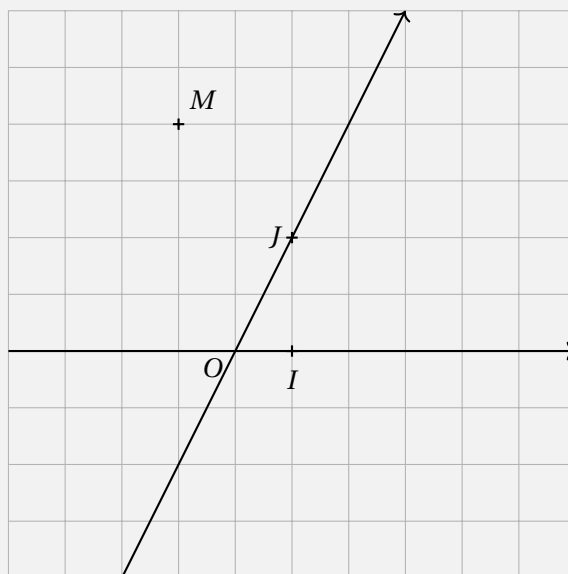
- On part de l'origine du repère O ;
- On se déplace de x unité sur l'axe des abscisses (OI) , on obtient un point temporaire;
- À partir de ce point temporaire, on se déplace de y unité sur l'axe des ordonnées (OJ) ;
- On peut alors marquer le point obtenu par un $+$.

Exemple :

Plaçons le point $M(-2, 3)$ sur le repère $(O; I, J)$:

**✂ À savoir faire 1 : Lire les coordonnées et placer un point**

On considère le repère $(O; I, J)$ suivant :



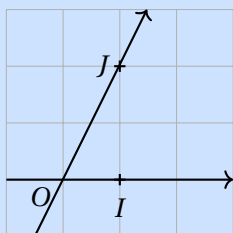
1. Donner les coordonnées du point M .

2. Placer le point A de coordonnées $(3, -2)$

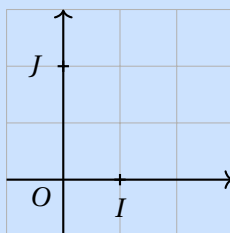
Définition 2 : Les différents repères

Considérons un repère du plan $(O; I, J)$, ce repère est dit :

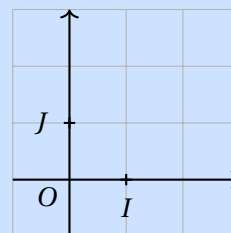
- **orthogonal** si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires entre elles;
- **orthonormé** si c'est un repère orthogonal et que les points I et J sont équidistants du point O .
C'est-à-dire $OI = OJ$.



Repère **quelconque**



Repère **orthogonal**



Repère **orthonormé**

B - Distance dans un repère orthonormé

B.1 - Distance

Propriété 1 : Distance entre deux points

Dans un repère **orthonormé** $(O; I, J)$, on considère les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$.

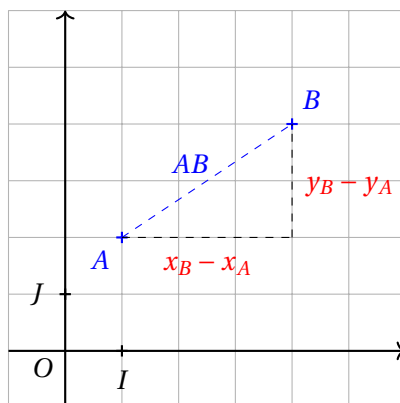
La **distance** entre les points A et B est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

l'unité de longueur est l'unité de longueur commune aux deux axes.

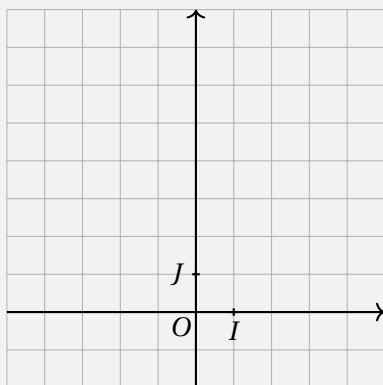
À retenir : Théorème de Pythagore

Cette propriété est juste une conséquence du théorème de Pythagore. En effet, dans un repère orthonormé la situation se représente ainsi :



À savoir faire 2 : Calculer la distance entre deux points

Considérons un repère orthonormé $(O; I, J)$, et deux points $A(2; -1)$ et $B(-4; 7)$.



1. Placer les points A et B sur le repère ci-contre.
2. Calculer la distance entre les points A et B .

À corriger

B.2 - Alignement

Propriété 2 : Alignement

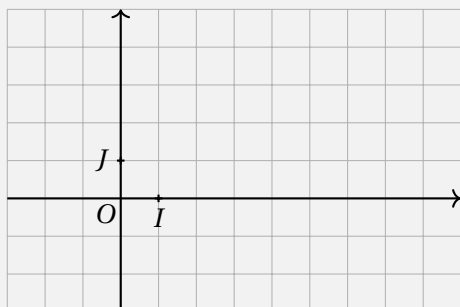
Soient A, B et C trois points distincts du plan muni d'un repère orthonormé.

Les points A, B et C sont alignés dans cet ordre si, et seulement si,

$$AC = AB + BC$$

✂ À savoir faire 3 : Vérifier l'alignement de trois points

Considérons un repère orthonormé $(O; I, J)$, et trois points $A(-2, -2)$, $B(3, 1)$ et $C(8, 4)$.



1. Placer les points A, B et C sur le repère ci-contre. Les points semblent-ils alignés? **Oui**

2. Le démontrer.

À corriger

C - Milieu d'un segment

Propriété 3 : Milieu d'un segment

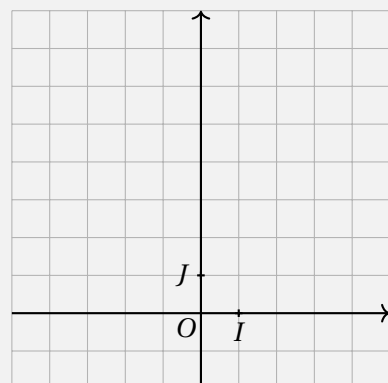
Dans le plan muni d'un repère $(O; I, J)$ on considère les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$.
Le **point milieu** I du segment $[AB]$ a pour coordonnées (x_I, y_I) définies par :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

💡 **À retenir :** L'abscisse du point milieu du segment $[AB]$ est la **moyenne** des abscisses de A et B , on a de même pour l'ordonnée du point milieu.

✂ À savoir faire 4 : Déterminer le point milieu d'un segment

Considérons un repère orthonormé $(O; I, J)$, et deux points $A\left(-1, \frac{5}{2}\right)$ et $B\left(2, -\frac{3}{2}\right)$.



1. Placer les points A et B sur le repère ci-contre.

2. Déterminer les coordonnées du point milieu I du segment $[AB]$.

À corriger

Partie II Configurations du plan

A - Quadrilatères

Propriété 4 : Quadrilatères

Soient A, B, C et D quatre points du plan muni d'un repère orthonormé.

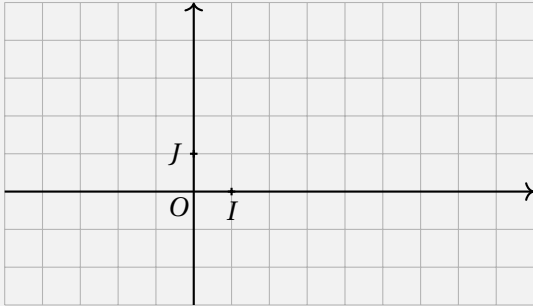
- $ABCD$ est un **parallélogramme** si, et seulement si, **les diagonales se coupent en leur milieu**.
- $ABCD$ est un **rectangle** si, et seulement si, **les diagonales se coupent en leur milieu et ABD est un**

triangle rectangle en B .

- $ABCD$ est un **carré** si, et seulement si, les diagonales se coupent en leur milieu et ABD est un triangle rectangle isocèle en B .
- $ABCD$ est un **losange** si, et seulement si, les quatre côtés sont de la même longueur.

✂ À savoir faire 5 : Utiliser les propriétés des quadrilatères

Considérons un repère orthonormé $(O; I, J)$, et deux points $A(1, 4)$, $B(8, 3)$, $C(3, -2)$ et $D(-4, -1)$.



1. Placer les points sur le repère ci-contre.
2. Tracer les côtés et les diagonales du quadrilatères $ABCD$.
3. Déterminer la longueur AB . À corriger

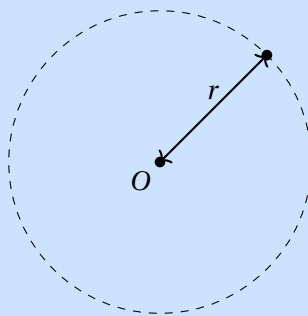
4. Démontrer que le triangle ABC est isocèle en B . À CORRIGER
5. Déterminer les coordonnées du point milieu I du segment $[AC]$. À CORRIGER
6. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. À CORRIGER
7. Expliquer pourquoi les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires entre elles. À CORRIGER

B - Distance et ensemble de points

B.1 - Cercle

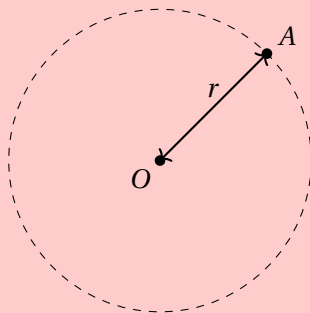
Définition 3 : Cercle

Le **cercle** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points du plan situés à une distance r du centre O .



Propriété 5 :

Un point A appartient au cercle de centre O et de rayon r si, et seulement si, $OA = r$



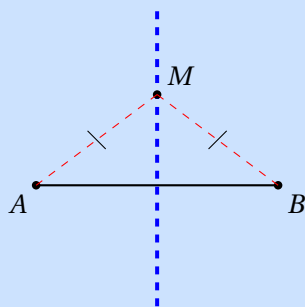
✂ À savoir faire 6 : Manipuler les propriétés d'un cercle

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre $I(1;2)$ passant par $A(6,2)$. Le point $M(5,5)$ appartient-il au cercle $\mathcal{C}$? **À corriger**

B.2 - Médiatrice

Définition 4 : Médiatrice

La **médiatrice** d'un segment $[AB]$ est l'ensemble des points M équidistant à A et B , c'est-à-dire tel que : $MA = MB$



Propriété 6 :

La médiatrice d'un segment $[AB]$ est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement en son milieu.

✂ À savoir faire 7 : Manipuler les propriétés d'une médiatrice

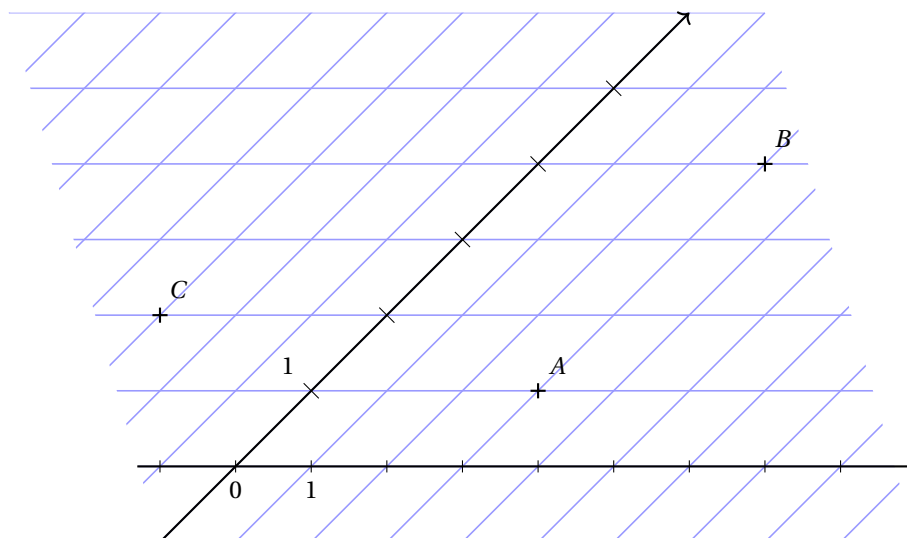
Considérons deux points $A(1,2)$ et $B(2,3)$ du plan. Le point $M(0,4)$ appartient-il à la médiatrice du segment $[AB]$? Et le point $N(5,5)$? **À corriger**

Partie III Exercices

A - Repérage

★★☆☆☆ EXERCICE 1 (Repère #1) ⌚

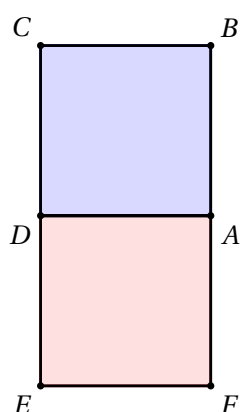
On considère un repère quelconque ci-dessous :



1. Déterminer les coordonnées des points A , B et C .
2. Placer les points $M(6, 2)$ et $N(-5, 5)$.

★★☆☆☆ EXERCICE 2 (Repère #2) ⌚

Soient $ABCD$ et $ADEF$ deux carrés



1. On se place dans le repère $(D; C, A)$
 - (a) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, E, F
 - (b) En reproduisant la figure sur votre cahier (*on pourra choisir 3 carreaux comme longueur des carrés*) placer les points $M(-1, 1)$ et $N(3, -1)$.
2. On se place maintenant dans le repère $(E; C, F)$.
Déterminer alors les coordonnées des points A, B, C, D, E et F dans ce repère.
3. Dans le repère $(B; C, A)$, donner les coordonnées des points D et F .
4. Dans le repère $(F; A, E)$ quel point a pour coordonnée $(2, 1)$
5. Donner un repère dans lequel point E a pour coordonnée $(1, 2)$

★★★☆☆ EXERCICE 3 (Construction) ⌚

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$.

1. Placer le point S de coordonnées $(2, 1)$.
2. Construire le point T d'abscisse négative tel que SOT soit rectangle en O et tel que $OT = 2OS$.
3. Lire les coordonnées du point T .
4. Construire le point E tel que $TOSE$ soit un rectangle.
5. Lire les coordonnées du point E .

★★★☆☆ EXERCICE 4 (Parallélogramme) ⌚

On considère un parallélogramme $ADCB$ de centre O .

Le point E est le milieu du segment $[AD]$, le point F est le milieu du segment $[CD]$ et le point G est le symétrique du point A par rapport à F .

Lire les coordonnées des points A, B, C, D, E, F et G dans les repères suivants :

1. $(A; B, D)$
2. $(O; E, F)$
3. $(O; E, B)$

B - Calculs avec les coordonnées

★★☆☆☆ EXERCICE 5 (Distance #1) ⌚

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère le triangle RST tel que $R(1, 4)$, $S(5, 1)$ et $T(1, -1)$.

1. Représenter graphiquement la situation sur votre cahier.
2. Que peut-on conjecturer sur la nature du triangle RST ?
3. Valider ou invalider la conjecture précédente.

★★☆☆☆ EXERCICE 6 (Triangle rectangle) ⌚

Dans un repère orthonormé, on considère trois points $I(8, 2)$, $J(11, 6)$ et $K(12, 4)$.

Montrer que le triangle IJK est rectangle.

★★☆☆☆ EXERCICE 7 (Distance #2) ⌚

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère le quadrilatère $MARE$ tel que $M(-4, 1)$, $A(1, 3)$, $R(6, 1)$ et $E(1, -1)$.

1. Représenter graphiquement la situation sur votre cahier.
2. Que peut-on conjecturer sur la nature du triangle RST ?
3. Valider ou invalider la conjecture précédente.

★★☆☆☆ EXERCICE 8 (Nature #1) ⌚

Dans un repère orthonormé, on considère trois points $M(-1, 1)$, $N(-7, 1)$ et $P(-4, -1 - 3\sqrt{3})$.

Quelle est la nature du triangle MNP ?

★★☆☆☆ EXERCICE 9 (Nature #2) ⌚

Dans un repère orthonormé, on considère trois points $A(4, 1)$, $B(1, -1)$ et $C(6, -2)$.

Quelle est la nature du triangle ABC ?

★★☆☆☆ EXERCICE 10 (Milieu) ⌚

Dans un repère orthonormé,

1. On considère deux points $E(7, -5)$ et $F(-8, -2)$.
Calculer les coordonnées du milieu J du segment $[EF]$.
2. On considère deux points $G(-5, 3)$ et $H(-9, 4)$.
Calculer les coordonnées du point K tel que H soit le milieu du segment $[GK]$.

★★☆☆☆ EXERCICE 11 (Aire d'un triangle...) ⌚

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-4, 2)$, $B(7, 4)$ et $C(-3, -1)$

1. (a) Représenter graphiquement la situation.
- (b) Conjecturer la nature du triangle ABC .
- (c) Démontrer la conjecture.

2. (a) Calculer les coordonnées de D , le milieu de $[AC]$.
(b) En déduire l'aire du triangle ABC .
3. Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ADB .
*On rappelle que le **cercle circonscrit** d'un triangle est le cercle qui passe par les trois sommets de ce triangle.*

C - Figures géométriques

★★☆☆☆ EXERCICE 12 (Quadrilatère) ⌚

Dans un repère orthonormé du plan, on a $A(-1, 2)$, $B(6, -5)$, $C(-2, 7)$ et $D(-9, 14)$.

1. Représenter graphiquement la situation.
2. Que peut-on conjecturer sur le quadrilatère $ABCD$?
3. Valider ou invalider la conjecture précédente.

★★☆☆☆ EXERCICE 13 (Cercle) ⌚

Dans un repère orthonormé du plan, on considère $\mathcal{C}$ le cercle de centre $I(1, 2)$ et de rayon 5 et $M(5, 5)$.

1. Calculer la distance IM .
2. Le point M appartient-il au cercle $\mathcal{C}$?
3. On considère maintenant le cercle $\mathcal{C}'$, de centre $A(-2, 1)$ et passant par I .
Déterminer le rayon de $\mathcal{C}'$.

★★☆☆☆ EXERCICE 14 (Médiatrice) ⌚

Dans un repère orthonormé du plan, on considère trois points $A(-1, 5)$, $B(3, 1)$ et $M(-5, -3)$.

1. Calculer les distances MA et MB .
2. Expliquer pourquoi le point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.

