

Géométrie de base

Plan du chapitre

I Repérage	2
A - Repérage et coordonnées.....	2
B - Distance dans un repère orthonormé.....	4
C - Milieu d'un segment	5
II Configurations du plan	6
A - Quadrilatères	6
B - Distance et ensemble de points	7
III Exercices	9
A - Repérage.....	9
B - Calculs avec les coordonnées	10
C - Figures géométriques	11

Introduction

Dans ce chapitre, nous allons découvrir les notions fondamentales de géométrie plane : comment se repérer grâce aux coordonnées, calculer des distances et trouver le milieu d'un segment. Nous étudierons aussi différentes configurations du plan avant de mettre en pratique ces outils à travers des exercices.

Partie I Repérage

A - Repérage et coordonnées

Définition 1 : Repère

Définir un **repère** c'est donner trois points O, I et J non alignés dans un ordre précis.

On note $(O; I, J)$ ce repère et :

- le point O l'..... du repère ;
- la droite (OI) est l'..... orienté de vers,
la longueur OI donne
- la droite (OJ) est l'..... orienté de vers,
la longueur OJ donne

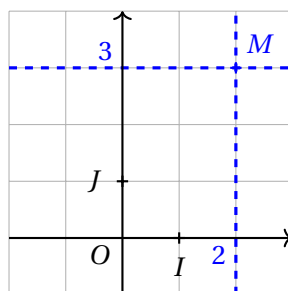
Méthode 1 : Repérer un point

Pour **repérer** un point M sur un repère,

- On trace les parallèles passant par M et on précise l'abscisse x et l'ordonnée y du point M au niveau des axes ;
- Le couple (x, y) est le couple des coordonnées du point M et on note $M(x, y)$.

Exemple :

On représente le repère $(O; I, J)$ et le point M ci-dessous :



Le point M a pour coordonnées

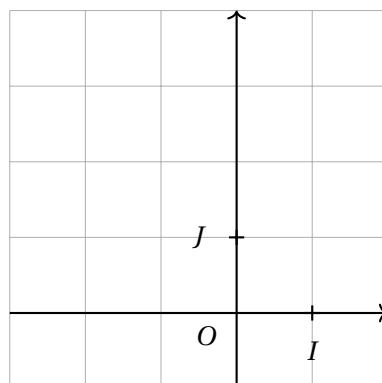
Méthode 2 : Placer un point

Pour **placer** un point M de coordonnées (x, y) sur un repère,

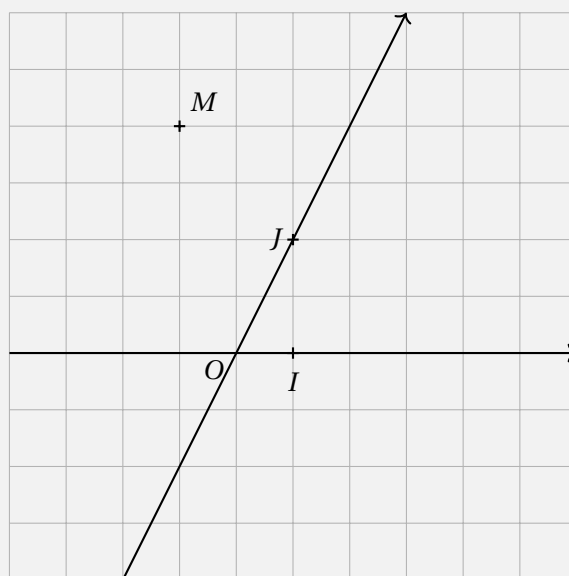
- On part de l'origine du repère O ;
- On se déplace de x unité sur l'axe des abscisses (OI) , on obtient un point temporaire ;
- À partir de ce point temporaire, on se déplace de y unité sur l'axe des ordonnées (OJ) ;
- On peut alors marquer le point obtenu par un +.

Exemple :

Plaçons le point $M(-2, 3)$ sur le repère $(O; I, J)$:

**✂ À savoir faire 1 : Lire les coordonnées et placer un point**

On considère le repère $(O; I, J)$ suivant :



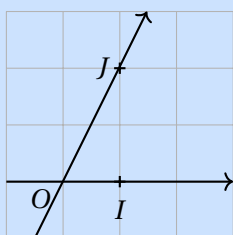
1. Donner les coordonnées du point M .

2. Placer le point A de coordonnées $(3, -2)$

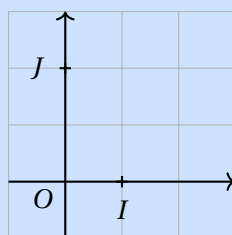
Définition 2 : Les différents repères

Considérons un repère du plan $(O; I, J)$, ce repère est dit :

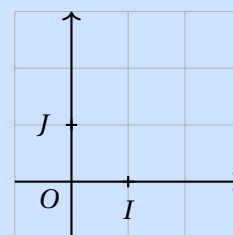
- **orthogonal** si
- **orthonormé** si c'est un repère orthogonal **et**



Repère



Repère



Repère

B - Distance dans un repère orthonormé

B.1 - Distance

Propriété 1 : Distance entre deux points

Dans un repère **orthonormé** $(O; I, J)$, on considère les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$.

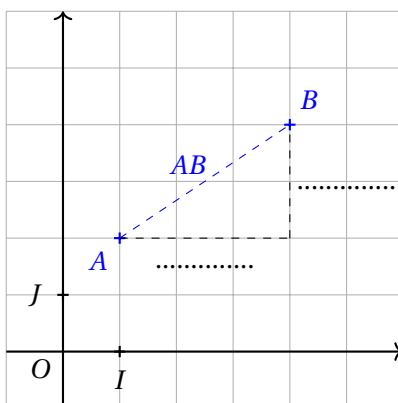
La **distance** entre les points A et B est donnée par :

$$AB = \dots\dots\dots$$

l'unité de longueur est l'unité de longueur commune aux deux axes.

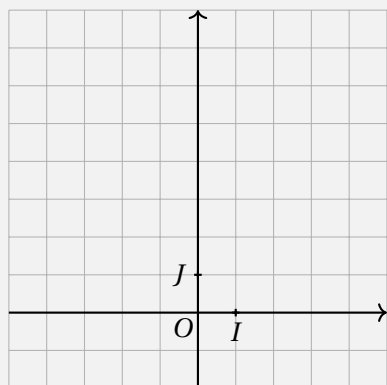
À retenir : Théorème de Pythagore

Cette propriété est juste une conséquence du théorème de Pythagore. En effet, dans un repère orthonormé la situation se représente ainsi :



À savoir faire 2 : Calculer la distance entre deux points

Considérons un repère orthonormé $(O; I, J)$, et deux points $A(2; -1)$ et $B(-4; 7)$.



1. Placer les points A et B sur le repère ci-contre.
2. Calculer la distance entre les points A et B .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B.2 - Alignement

Propriété 2 : Alignement

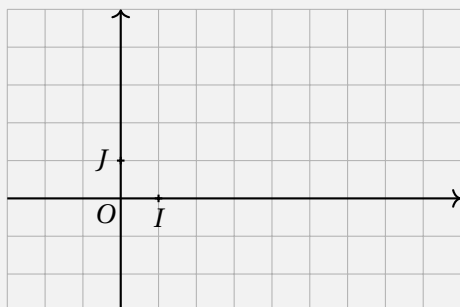
Soient A, B et C trois points distincts du plan muni d'un repère orthonormé.

Les points A, B et C sont alignés dans cet ordre si, et seulement si,

.....

✂ À savoir faire 3 : Vérifier l'alignement de trois points

Considérons un repère orthonormé $(O; I, J)$, et trois points $A(-2, -2)$, $B(3, 1)$ et $C(8, 4)$.



1. Placer les points A, B et C sur le repère ci-contre. Les points semblent-ils alignés?

2. Le démontrer.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C - Milieu d'un segment

Propriété 3 : Milieu d'un segment

Dans le plan muni d'un repère $(O; I, J)$ on considère les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$

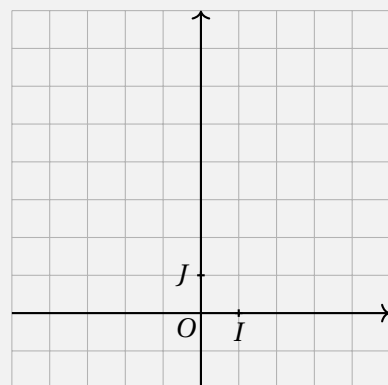
Le **point milieu** I du segment $[AB]$ a pour coordonnées (x_I, y_I) définies par :

$$x_I = \dots\dots\dots \text{ et } y_I = \dots\dots\dots$$

À retenir : L'abscisse du point milieu du segment $[AB]$ est la des abscisses de A et B , on a de même pour l'ordonnée du point milieu.

✂ À savoir faire 4 : Déterminer le point milieu d'un segment

Considérons un repère orthonormé $(O; I, J)$, et deux points $A\left(-1, \frac{5}{2}\right)$ et $B\left(2, -\frac{3}{2}\right)$.



1. Placer les points A et B sur le repère ci-contre.

2. Déterminer les coordonnées du point milieu I du segment $[AB]$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Partie II Configurations du plan

A - Quadrilatères

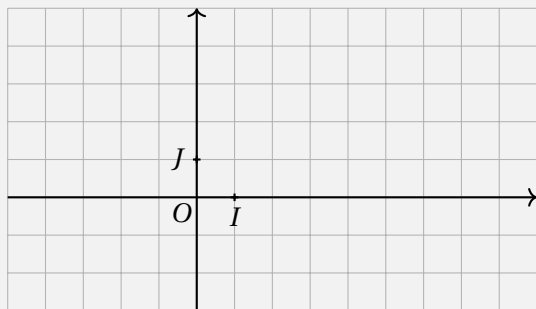
Propriété 4 : Quadrilatères

Soient A, B, C et D quatre points du plan muni d'un repère orthonormé.

- $ABCD$ est un **parallélogramme** si, et seulement si,
- $ABCD$ est un **rectangle** si, et seulement si,
- $ABCD$ est un **carré** si, et seulement si,
- $ABCD$ est un **losange** si, et seulement si,

✂ À savoir faire 5 : Utiliser les propriétés des quadrilatères

Considérons un repère orthonormé $(O; I, J)$, et deux points $A(1, 4)$, $B(8, 3)$, $C(3, -2)$ et $D(-4, -1)$.



1. Placer les points sur le repère ci-contre.
2. Tracer les côtés et les diagonales du quadrilatères $ABCD$.
3. Déterminer la longueur AB .

.....

4. Démontrer que le triangle ABC est isocèle en B .

.....

5. Déterminer les coordonnées du point milieu I du segment $[AC]$.

.....

6. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

.....

7. Expliquer pourquoi les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires entre elles.

.....

.....

.....

.....

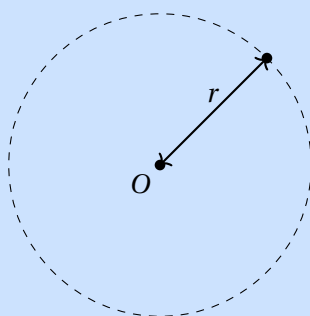
.....

B - Distance et ensemble de points

B.1 - Cercle

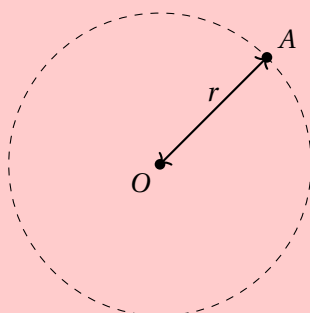
Définition 3 : Cercle

Le **cercle** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points du plan



Propriété 5 :

Un point A appartient au cercle de centre O et de rayon r si, et seulement si,



À savoir faire 6 : Manipuler les propriétés d'un cercle

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre $I(1;2)$ passant par $A(6,2)$. Le point $M(5,5)$ appartient-il au cercle $\mathcal{C}$?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Définition 4 : Médiatrice

La médiatrice d'un segment $[AB]$ est

Considérons deux points $A(1,2)$ et $B(2,3)$ du plan. Le point $M(0,4)$ appartient-il à la médiatrice du segment $[AB]$? Et le point $N(5,5)$?

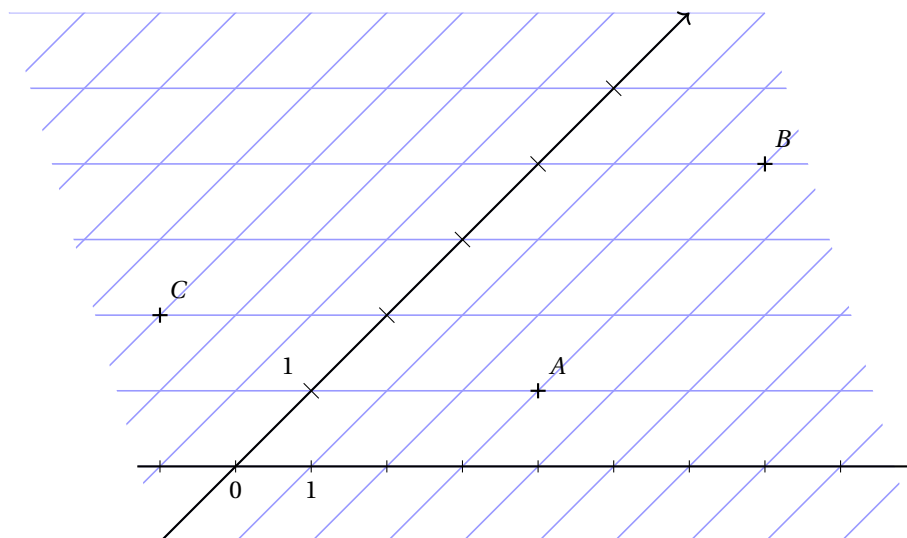
This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Partie III Exercices

A - Repérage

★★☆☆☆ EXERCICE 1 (Repère #1) ⌚

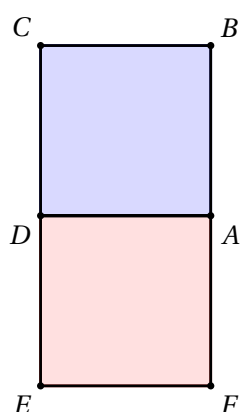
On considère un repère quelconque ci-dessous :



1. Déterminer les coordonnées des points A , B et C .
2. Placer les points $M(6, 2)$ et $N(-5, 5)$.

★★☆☆☆ EXERCICE 2 (Repère #2) ⌚

Soient $ABCD$ et $ADEF$ deux carrés



1. On se place dans le repère $(D; C, A)$
 - (a) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, E, F
 - (b) En reproduisant la figure sur votre cahier (*on pourra choisir 3 carreaux comme longueur des carrés*) placer les points $M(-1, 1)$ et $N(3, -1)$.
2. On se place maintenant dans le repère $(E; C, F)$.
Déterminer alors les coordonnées des points A, B, C, D, E et F dans ce repère.
3. Dans le repère $(B; C, A)$, donner les coordonnées des points D et F .
4. Dans le repère $(F; A, E)$ quel point a pour coordonnée $(2, 1)$
5. Donner un repère dans lequel point E a pour coordonnée $(1, 2)$

★★★☆☆ EXERCICE 3 (Construction) ⌚

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$.

1. Placer le point S de coordonnées $(2, 1)$.
2. Construire le point T d'abscisse négative tel que SOT soit rectangle en O et tel que $OT = 2OS$.
3. Lire les coordonnées du point T .
4. Construire le point E tel que $TOSE$ soit un rectangle.
5. Lire les coordonnées du point E .

★★★☆☆ EXERCICE 4 (Parallélogramme) ⌚

On considère un parallélogramme $ADCB$ de centre O .

Le point E est le milieu du segment $[AD]$, le point F est le milieu du segment $[CD]$ et le point G est le symétrique du point A par rapport à F .

Lire les coordonnées des points A, B, C, D, E, F et G dans les repères suivants :

1. $(A; B, D)$
2. $(O; E, F)$
3. $(O; E, B)$

B - Calculs avec les coordonnées

★★☆☆☆ EXERCICE 5 (Distance #1) ⌚

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère le triangle RST tel que $R(1, 4)$, $S(5, 1)$ et $T(1, -1)$.

1. Représenter graphiquement la situation sur votre cahier.
2. Que peut-on conjecturer sur la nature du triangle RST ?
3. Valider ou invalider la conjecture précédente.

★★☆☆☆ EXERCICE 6 (Triangle rectangle) ⌚

Dans un repère orthonormé, on considère trois points $I(8, 2)$, $J(11, 6)$ et $K(12, 4)$.

Montrer que le triangle IJK est rectangle.

★★☆☆☆ EXERCICE 7 (Distance #2) ⌚

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère le quadrilatère $MARE$ tel que $M(-4, 1)$, $A(1, 3)$, $R(6, 1)$ et $E(1, -1)$.

1. Représenter graphiquement la situation sur votre cahier.
2. Que peut-on conjecturer sur la nature du triangle RST ?
3. Valider ou invalider la conjecture précédente.

★★☆☆☆ EXERCICE 8 (Nature #1) ⌚

Dans un repère orthonormé, on considère trois points $M(-1, 1)$, $N(-7, 1)$ et $P(-4, -1 - 3\sqrt{3})$.

Quelle est la nature du triangle MNP ?

★★☆☆☆ EXERCICE 9 (Nature #2) ⌚

Dans un repère orthonormé, on considère trois points $A(4, 1)$, $B(1, -1)$ et $C(6, -2)$.

Quelle est la nature du triangle ABC ?

★★☆☆☆ EXERCICE 10 (Milieu) ⌚

Dans un repère orthonormé,

1. On considère deux points $E(7, -5)$ et $F(-8, -2)$.
Calculer les coordonnées du milieu J du segment $[EF]$.
2. On considère deux points $G(-5, 3)$ et $H(-9, 4)$.
Calculer les coordonnées du point K tel que H soit le milieu du segment $[GK]$.

★★☆☆☆ EXERCICE 11 (Aire d'un triangle...) ⌚

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-4, 2)$, $B(7, 4)$ et $C(-3, -1)$

1. (a) Représenter graphiquement la situation.
(b) Conjecturer la nature du triangle ABC .
(c) Démontrer la conjecture.

2. (a) Calculer les coordonnées de D , le milieu de $[AC]$.
(b) En déduire l'aire du triangle ABC .
3. Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ADB .
*On rappelle que le **cercle circonscrit** d'un triangle est le cercle qui passe par les trois sommets de ce triangle.*

C - Figures géométriques

★★☆☆☆ EXERCICE 12 (Quadrilatère) ⌚

Dans un repère orthonormé du plan, on a $A(-1, 2)$, $B(6, -5)$, $C(-2, 7)$ et $D(-9, 14)$.

1. Représenter graphiquement la situation.
2. Que peut-on conjecturer sur le quadrilatère $ABCD$?
3. Valider ou invalider la conjecture précédente.

★★☆☆☆ EXERCICE 13 (Cercle) ⌚

Dans un repère orthonormé du plan, on considère $\mathcal{C}$ le cercle de centre $I(1, 2)$ et de rayon 5 et $M(5, 5)$.

1. Calculer la distance IM .
2. Le point M appartient-il au cercle $\mathcal{C}$?
3. On considère maintenant le cercle $\mathcal{C}'$, de centre $A(-2, 1)$ et passant par I .
Déterminer le rayon de $\mathcal{C}'$.

★★☆☆☆ EXERCICE 14 (Médiatrice) ⌚

Dans un repère orthonormé du plan, on considère trois points $A(-1, 5)$, $B(3, 1)$ et $M(-5, -3)$.

1. Calculer les distances MA et MB .
2. Expliquer pourquoi le point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.