I. Calcul numérique et littéral

Prérequis 1 : Fraction

- **Simplification de fraction :** pour tout a, b et $k \in \mathbb{R}$ tel que $b \neq 0$ et $k \neq 0$:

$$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$$

- **L'opposé d'une fraction :** pour tout $a, b \in \mathbb{R}$, tel que $b \neq 0$

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

- **Somme de fractions :** pour tout a, b et $d \in \mathbb{R}$ tel que $d \neq 0$:

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

***Attention**, dans le cas où les dénominateurs sont différents nous ne pouvons pas faire la somme de deux fractions comme dans le cas précédent, il faut d'abord mettre les deux fractions au même dénominateur. Pour cela on utilise le premier point cité au-dessus.*

- **Produit de fractions :** pour tout a, b, c et d avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

- **Inverse d'un nombre réel non nul :** pour tout $a, b \in \mathbb{R}$ tel que $a \neq 0$ et $b \neq 0$:

l'inverse a est $\frac{1}{a}$

l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

- **Quotient de fractions :** Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse

Pour tout a, b, c et $d \in \mathbb{R}$ avec $b \neq 0, c \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{\frac{c}{d}} = a \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{c}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Exercice 1 : Simplifier les fractions suivantes :

- ☐ $\frac{12}{36} =$
- ☐ $\frac{8}{20} =$
- ☐ $\frac{21}{56} =$
- ☐ $\frac{27}{72} =$
- ☐ $\frac{30}{40} =$
- ☐ $\frac{15}{55} =$

Une fraction simplifier au maximum est une fraction irréductible

Exercice 2 : Mettre les fractions suivantes au même dénominateur que $\frac{13}{24}$, puis déterminer la somme de chacune d'entre elles avec $\frac{13}{24}$ (on cherche à chaque fois une fraction simplifier au maximum)

- ☐ $\frac{1}{2}$
- ☐ $\frac{2}{3}$
- ☐ $\frac{5}{4}$
- ☐ $\frac{3}{8}$
- ☐ $\frac{13}{6}$

Exercice 3 : Mettre pour chaque question les deux fractions au même dénominateur puis déterminer la somme des deux, sous la forme d'une fraction irréductible :

- ☐ $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$
- ☐ $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{15}$
- ☐ $\frac{2}{8}$ et $\frac{1}{4}$
- ☐ $\frac{1}{2}$ et $\frac{5}{3}$
- ☐ $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$
- ☐ $\frac{1}{6}$ et $\frac{4}{15}$
- ☐ $\frac{1}{14}$ et $\frac{3}{10}$
- ☐ $\frac{3}{5}$ et $\frac{8}{9}$
- ☐ $\frac{1}{3}$ et $\frac{5}{8}$
- ☐ $\frac{4}{11}$ et $\frac{7}{14}$
- ☐ $\frac{2}{7}$ et $\frac{7}{9}$
- ☐ $\frac{18}{63}$ et $\frac{27}{81}$

Exercice 4 : Effectuer les additions suivantes et donner chacune des sommes sous la forme d'une fraction irréductible :

- ☐ $1+\frac{2}{3}=$
- ☐ $1+\frac{3}{7}=$
- ☐ $3+\frac{3}{4}=$
- ☐ $1-\frac{2}{5}=$
- ☐ $1-\frac{5}{7}=$
- ☐ $\frac{2}{3}+\frac{5}{9}=$
- ☐ $\frac{3}{5}+\frac{1}{3}=$
- ☐ $\frac{3}{7}-\frac{1}{2}=$
- ☐ $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=$
- ☐ $\frac{5}{6}+\frac{4}{9}=$

Exercice 5 : Effectuer les multiplications suivantes et donner chacun des produits sous la forme d'une fraction irréductible :

- ☐ $5\times\frac{3}{5}=$
- ☐ $4\times\frac{7}{12}=$
- ☐ $6\times\frac{5}{24}=$
- ☐ $\frac{2}{7}\times\frac{5}{3}=$
- ☐ $\frac{3}{4}\times\frac{7}{3}=$
- ☐ $\frac{16}{5}\times\frac{3}{8}=$
- ☐ $\frac{12}{25}\times\frac{10}{9}=$
- ☐ $\frac{12}{18}\times\frac{15}{25}=$
- ☐ $\frac{24}{36}\times\frac{14}{28}=$
- ☐ $\frac{18}{27}\times\frac{35}{49}=$
- ☐ $\frac{20}{32}\times\frac{9}{15}=$
- ☐ $\frac{45}{60}\times\frac{16}{24}=$
- ☐ $\frac{30}{40}\times\frac{48}{72}=$
- ☐ $\frac{27}{36}\times\frac{49}{63}$
- ☐ $\frac{21}{35}\times\frac{64}{80}$

Exercice 6 : Effectuer les calculs suivants et donner chacun des résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

- ☐ $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}=$
- ☐ $\frac{5}{8}\times\frac{7}{9}+\frac{2}{3}=$
- ☐ $\frac{9}{10}+\frac{3}{4}\times\frac{6}{7}=$
- ☐ $\frac{11}{15}\times\frac{5}{12}+\frac{7}{10}=$
- ☐ $\frac{6}{7}+\frac{2}{5}\times\frac{9}{11}=$
- ☐ $\frac{4}{9}\times\frac{5}{6}+\frac{7}{8}=$
- ☐ $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}=$
- ☐ $\frac{10}{11}\times\frac{7}{12}+\frac{5}{8}=$
- ☐ $\frac{7}{9}+\frac{8}{15}\times\frac{5}{14}=$
- ☐ $\frac{12}{13}\times\frac{3}{8}+\frac{2}{5}=$

Exercice 7 : Déterminer les quotients suivants sous la forme d'une fraction irréductible :

- ☐ $\frac{18}{24} \div \frac{9}{12} =$
- ☐ $\frac{\frac{45}{60}}{\frac{15}{20}} =$
- ☐ $\frac{50}{75} \div \frac{20}{30} =$
- ☐ $\frac{\frac{56}{98}}{\frac{28}{49}} =$
- ☐ $\frac{36}{48} \div \frac{18}{24} =$
- ☐ $\frac{\frac{84}{126}}{\frac{42}{63}} =$
- ☐ $\frac{64}{96} \div \frac{32}{48} =$
- ☐ $\frac{\frac{72}{108}}{\frac{36}{54}} =$
- ☐ $\frac{30}{42} \div \frac{15}{28} =$
- ☐ $\frac{\frac{48}{64}}{\frac{16}{20}} =$
- ☐ $\frac{54}{72} \div \frac{27}{36} =$
- ☐ $\frac{\frac{21}{35}}{\frac{7}{15}} =$
- ☐ $\frac{56}{88} \div \frac{14}{22} =$
- ☐ $\frac{\frac{32}{16}}{\frac{16}{30}} =$

Exercice 8 : Effectuer les calculs suivants et donner chacun des résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

- ☐ $\frac{18}{24} \div \frac{9}{16} + \frac{5}{8} =$
- ☐ $\frac{\frac{30}{42}}{\frac{15}{28}} - \frac{2}{7} =$
- ☐ $\frac{48}{64} + \frac{16}{20} \div \frac{5}{8} =$
- ☐ $\frac{40}{60} + \frac{\frac{25}{45}}{\frac{5}{6}} =$
- ☐ $\frac{36}{90} \div \frac{12}{30} - \frac{1}{5} =$
- ☐ $\frac{25}{50} + \frac{10}{40} \div \frac{3}{5} =$
- ☐ $\frac{54}{72} - \frac{\frac{27}{36}}{\frac{9}{12}} =$
- ☐ $\frac{21}{35} \div \frac{7}{15} + \frac{4}{9} =$
- ☐ $\frac{\frac{56}{88}}{\frac{14}{22}} + \frac{9}{11} =$
- ☐ $\frac{32}{48} \div \frac{16}{30} - \frac{5}{12} =$

Exercice 9 : Effectuer les calculs suivants et donner chacun des résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

- ☐ $\left(\frac{18}{24} \div \frac{9}{16}\right) + \left(\frac{5}{8} \times \frac{3}{4}\right) =$
- ☐ $\left(\frac{30}{42} - \frac{15}{28}\right) \div \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{7}\right) =$
- ☐ $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{8}} \times \left(\frac{48}{64} + \frac{16}{20}\right) =$
- ☐ $\left(\frac{54}{72} \times \frac{27}{36}\right) - \left(\frac{9}{12} + \frac{4}{9}\right) =$
- ☐ $\frac{21}{35} \div \left(\frac{7}{15} + \frac{2}{3}\right) - \frac{5}{9} =$
- ☐ $\frac{\frac{40}{60}+\frac{25}{45}}{\frac{5}{6}-\frac{3}{8}} =$
- ☐ $\left(\frac{36}{90} \times \frac{12}{30}\right) + \frac{\frac{5}{9}}{\frac{7}{8}} =$
- ☐ $\left(\frac{56}{88} - \frac{14}{22}\right) \div \left(\frac{9}{11} \times \frac{2}{3}\right) =$
- ☐ $\left(\frac{25}{50} + \frac{10}{40}\right) \times \left(\frac{3}{5} \div \frac{7}{9}\right) =$
- ☐ $\left(\frac{32}{48} \div \frac{16}{30}\right) - \left(\frac{5}{12} + \frac{4}{15}\right) =$

Prérequis 2 : Puissance

Soit $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$:

- $a^n = a \times a \times \ldots \times a$ où a apparaît n fois dans le produit
- $a^{-1} = \frac{1}{a}$, pour $a \neq 0$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $(ab)^n = a^n \times b^n$
- $(a^n)^m = a^{nm}$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, pour $a \neq 0$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, pour $a \neq 0$

Exercice 10 :

1) Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 5 :

□ $5^3 \times 5^6 =$
□ $5^5 \times 5^{-9} =$
□ $5^{-4} \times 5^{-7} =$
□ $5^{-8} \times 5^{12} =$

2) Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 3 :

□ $\frac{3^5}{3^6} =$
□ $\frac{3^5}{3^{-9}} =$
□ $\frac{3^{-4}}{3^{-7}} =$
□ $\frac{3^7}{3^{12}} =$

3) Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10 :

□ $(10^5)^3 =$
□ $2 \times 10^2 \times 5 =$
□ $(10^6)^{-2} =$
□ $25 \times 10^3 \times 4 =$
□ $\frac{10^7 \times (10^3)^2}{10^{-4}} =$
□ $20 \times 100^2 \times 50 =$
□ $\frac{10^{-5} \times (10^{-4})^{-2}}{10^{13}} =$
□ $(2{,}5 \times 0{,}4)^2 \times (10^2)^3 =$

Exercice 11 : Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 3

□ $\frac{3^4 \times 9^2}{3^5} =$
□ $\frac{6^8 \times 3^7}{4^4 \times 3^{-3}} =$
□ $\frac{6^{-3} \times 3^{-2}}{8^{-1} \times 3^5} =$

Exercice 12 : Donner le résultat sous la forme d'une puissance d'un nombre à déterminer :

□ $22^6 \times \frac{33^3}{8 \times 6^3} =$
□ $49 \times 4^3 \times \frac{\left(\frac{63}{8}\right)^3}{3^6 \times 8} =$

Exercice 13 : Donner le résultat sous la forme $2^n \times 3^p$, où n et p sont des entiers relatifs :

□ $12 \times 9^7 \times 18^{-5} =$
□ $16^{-1} \times 27^{-2} \times 6^7 =$

Exercice 14 : Simplifier les expressions suivantes : (ici on suppose $x \neq 0$)

- ☐ $2^5 \times \frac{2^3}{2^9} =$
- ☐ $\frac{3^4}{6^4} =$
- ☐ $\left(\frac{5}{3}\right)^7 \times \frac{3^9}{5^8} =$
- ☐ $\frac{3^2 \times 3^{-4}}{3^7 \times 3^5} =$
- ☐ $\frac{\pi^7 \times 2^6}{(4\pi)^3} =$
- ☐ $\frac{7^2 \times \frac{1}{7^8}}{7^{-4} \times 49} =$
- ☐ $\frac{x^7 \times (x^9)^3}{x^5 \times x^2} =$
- ☐ $\frac{x^2 \times x^{-1} \times x}{x^3} =$
- ☐ $\frac{(3x)^2 \times 5x^3}{x^7} =$

Prérequis 3 : Racine carrée

Soit $a \in \mathbb{R}_+$, la racine carrée de a, notée $\sqrt{a}$, est l'unique réel positif dont le carré est égale à a.

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

- $\sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$

La liste des carrés parfaits est nécessaire à connaître pour décomposer et simplifier des racines :

$$\ldots = 1^2$$

$$\ldots = 2^2$$

$$\ldots = 3^2$$

$$\ldots = 4^2$$

$$\ldots = 5^2$$

$$\ldots = 6^2$$

$$\ldots = 7^2$$

$$\ldots = 8^2$$

$$\ldots = 9^2$$

$$\ldots = 10^2$$

$$\ldots = 11^2$$

Exercice 15 : Simplifier au maximum les expressions suivantes :

- ☐ $\sqrt{36} =$
- ☐ $\sqrt{8} =$
- ☐ $\sqrt{75} =$
- ☐ $\sqrt{50} =$
- ☐ $\sqrt{32} =$
- ☐ $\sqrt{48} =$
- ☐ $\sqrt{150} =$
- ☐ $\sqrt{176} =$
- ☐ $\sqrt{300} =$
- ☐ $\sqrt{147} =$
- ☐ $\sqrt{\frac{2}{8}} =$
- ☐ $\sqrt{\frac{81}{49}} =$

- ☐ $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} =$
- ☐ $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{27}} =$
- ☐ $\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{7}}{\sqrt{3}} =$
- ☐ $\frac{\sqrt{27}\times\sqrt{8}}{\sqrt{24}} =$
- ☐ $\left(2\sqrt{5}\right)^2 =$
- ☐ $\left(\sqrt{5}\right)^4 =$
- ☐ $\left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^4 =$
- ☐ $\sqrt{\frac{9}{10}\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{81}}} =$
- ☐ $2\sqrt{\frac{2}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{8}} \times \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{50}} =$
- ☐ $\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{8}\times2\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{35}{56}}} =$

Exercice 16 : Écrire les expressions sous la forme $a\sqrt{b}$ (si possible) ou $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$:

- ☐ $\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$
- ☐ $2\sqrt{12} - 4\sqrt{75} + 3\sqrt{27}$
- ☐ $5\sqrt{3} - 5\sqrt{28} - \sqrt{7}$

Prérequis 4 : Identité remarquable

Soit $a, b \in \mathbb{R}$:

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Remarque : On n'oubliera pas qu'une égalité se lit dans les deux sens (gauche à droite **et** droite à gauche)

Exercice 17 : Écrire aussi simplement que possible possible les expressions suivantes :

- ☐ $\left(2+\sqrt{5}\right)^2 =$
- ☐ $\left(\frac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 =$
- ☐ $\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)^2 =$
- ☐ $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2 =$
- ☐ $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right) =$
- ☐ $\left(3+\sqrt{7}\right)^2 - \left(3-\sqrt{7}\right)^2 =$
- ☐ $\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{8}} =$
- ☐ $\frac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{10}} =$
- ☐ $\frac{\left(\sqrt{6}+\sqrt{4}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{4}\right)}{\sqrt{9}} =$
- ☐ $\left(\frac{\sqrt{11}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^2 =$
- ☐ $\frac{\left(\sqrt{10}-\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{7}} =$
- ☐ $\frac{\left(\sqrt{12}+\sqrt{8}\right)\left(\sqrt{12}-\sqrt{8}\right)}{\sqrt{5}} =$
- ☐ $\frac{\left(\sqrt{9}+\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{11}} =$
- ☐ $\frac{\left(\sqrt{13}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{13}+\sqrt{5}\right)}{\sqrt{6}} =$
- ☐ $\frac{\left(\sqrt{15}+\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{14}} =$
- ☐ $\frac{\left(\sqrt{20}-\sqrt{7}\right)^2}{\sqrt{12}} =$
- ☐ $\left(\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x-1}\right)^2 =$

On peut apprendre même en vacances : Méthode de la quantité conjuguée

Cette méthode est utilisée pour simplifier les expressions impliquant des racines carrées, en particulier lorsque les racines sont au dénominateur d'une fraction. L'idée principale est de faire apparaître la **troisième identité remarquable** au dénominateur de notre fraction, pour cela on multiplie le numérateur et le dénominateur par une quantité : **la quantité conjuguée**.

Le conjugué d'une expression de la forme $a+b$ (où $a, b \in \mathbb{R}$) est $a-b$: car grâce $a-b$ le produit de $a+b$ par sa quantité conjuguée est : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

Exemple : Simplifier sans racine carrée au dénominateur : $\frac{2}{\sqrt{5}-2}$

La quantité conjuguée de $\sqrt{5}-2$ est : $\sqrt{5}+2$ d'où par la méthode de la quantité conjuguée :

$$\frac{2(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{2\sqrt{5}+4}{\sqrt{5}^2-2^2} = \frac{2\sqrt{5}+4}{5-4} = 2\sqrt{5}+4$$

Exercice 18 : Simplifier sans racine carrée au dénominateur :

- ☐ $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} =$
- ☐ $\frac{5}{\sqrt{3}+2} =$
- ☐ $\frac{7}{\sqrt{5}+2} =$
- ☐ $\frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} =$
- ☐ $\frac{6}{2+\sqrt{7}} =$
- ☐ $\frac{5}{\sqrt{2}} =$
- ☐ $\frac{5}{\sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{3}} =$
- ☐ $\frac{5+2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{5-2\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} =$
- ☐ $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} =$
- ☐ $\frac{a+\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} =$
- ☐ $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} =$
- ☐ $\frac{a+4\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}+2} =$
- ☐ $\frac{x^3-1}{x\sqrt{x}-1} =$
- ☐ $\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}} =$

Exercice 19 : Écrire sous la forme $a + b\sqrt{2}$ avec $a, b \in \mathbb{R}$:

- ☐ $1 - \frac{3}{4-\frac{2}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}} =$
- ☐ $1 + \frac{1}{3-\frac{1}{1-\frac{1}{\sqrt{2}+1}}} =$

Exercice 20 : En élevant au carré chaque quantité, donner une expression simplifiée :

- ☐ $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} =$
- ☐ $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

Exercice 21 : On définit $\sqrt[3]{x}$ de la même manière, la racine cubique de $x \in \mathbb{R}$ (ici $x \in \mathbb{R}$ et non $\mathbb{R}_+$) est l'unique nombre réel dont le cube est égal à x. C'est-à-dire $\sqrt[3]{x}$ est l'unique solution de l'équation $y = x^3 \Leftrightarrow y = \sqrt[3]{x}$.

En s'inspirant de l'exercice précédent simplifier : $\sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$

Indice : On pourra déterminer une formule pour $(x-y)^3$

Prérequis 5 : Développement

- **Développer** c'est transformer un produit en une somme.

Pour développer on peut utiliser la simple distributivité :

$$k(a+b) = ka + kb$$

La double distributivité :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

ou les trois identités remarquables (dans ce sens là !)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Pour développer on suit les priorités opératoires, pour éviter certaines erreurs courantes chez les neo-developpeurs on peut « prioriser » la double distributivité à la simple, même si on gardera en tête qu'il n'y a pas de priorité entre les deux.

Exemple :

$$2(x+5)(2x-3) = 2(2x^2 - 3x + 10x - 15)$$
$$= 2(2x^2 + 7x - 15)$$
$$= 4x^2 + 14x - 30$$

Ou alors :

$$2(x+5)^2 = 2(x^2 + 10x + 25)$$
$$= 2x^2 + 20x + 50$$

Ou alors :

$$2(x+5)(x-5) = 2(x^2 - 25)$$
$$= 2x^2 - 50$$

À bannir : Pour ceux qui ne veulent écouter le conseil précédent, voici ce qu'il ne faut surtout pas faire :

$$k(a+b)(c+d) \neq (ka+kb)(kc+kd)$$

À faire : Voici ce qu'il faut faire

$$k(a+b)(c+d) = (ka+kb)(c+d)$$

Ou alors :

$$k(a+b)(c+d) = (a+b)(kc+kd)$$

Remarque : Ce qui précède est en fait plutôt évident !

En effet : $A \times B \times C = (A \times B) \times C = (A \times C) \times B \neq A \times B \times A \times C$

$$2 \times 3 \times 5 \neq 2 \times 3 \times 2 \times 5$$

Exercice 22 : Développer et réduire les expressions suivantes :

- ◻ $3(5x+8) =$
- ◻ $4x(6x-9) =$
- ◻ $-7(4x-1) =$
- ◻ $-9x(4x+7) =$
- ◻ $(x+2)(6x+7) =$
- ◻ $(8x-1)(3x+4) =$
- ◻ $(9x-2)(7x-8) =$
- ◻ $(5x+9)^2 =$
- ◻ $(3x-7)^2\ (8x-9)(8x+9) =$
- ◻ $(3x+8)^2 + (2x-7)^2 =$
- ◻ $(7x-6)(7x+6) - (4x+3)^2 =$
- ◻ $(7x+5)^2 + (4x-1)(3x-8) =$
- ◻ $(4x-3)^2 - 2(x+1) =$
- ◻ $(6x+1)^2 - (x+2)^2 =$
- ◻ $(5x+6)^2 - (3x-1)^2 =$

Prérequis 6 : Factorisation

- **Factoriser** c'est transformer une somme en un produit

Pour factoriser on peut repérer un facteur commun

$$ka + kb = k(a+b)$$

Ici on met en facteur k.

ou les trois identités remarquables (dans l'autre sens cette fois ci)

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Pour factoriser on peut suivre la méthode suivante :

Y a-t-il un facteur commun ?

- *Si oui, on factorise par le facteur commun*
- *Si non, y a-t-il une identité remarquable ?*
  - *Si oui, on factorise par l'identité remarquable*
  - *Si non, on va « scinder » l'étude sur chacun des termes de notre expression*

    On va factoriser à part chaque terme en repartant du début de cette méthode.

On n'oubliera pas de réduire chaque facteur et de se poser la question :

- *A-t-on factorisé au maximum ? En faisant l'étude de chaque facteur de notre expression factorisée.*

Exercice 23 : Factoriser au maximum les expressions suivantes :

- $14x - 21$
- $32x + 8$
- $13x^2 - 9x$
- $3x^2 + 12x$
- $7(3x - 5) + 4x(3x - 5) =$
- $(2x + 5)(7x - 3) + (6x + 4)(2x + 5) =$
- $(x + 7)(3x - 8) - (2x + 1)(3x - 8) =$
- $(2x + 5)^2 + (2x + 5)(3x - 9) =$
- $4x^2 + 28x + 49 =$
- $x^2 - 12x + 36 =$
- $64x^2 - 49 =$
- $(3x - 7)^2 - 16 =$
- $25x^2 - (x + 2)^2 =$
- $(6x - 5)^2 - (4x - 3)^2 =$
- $x^2 - 6x + 9 =$
- $x^2 - 16x + 64 =$
- $81x^2 + 36x + 4 =$
- $4 - 25x^2 =$
- $100x^2 - 81 =$
- $9 - x^2 =$

Exercice 24 : Développer et réduire les expressions suivantes :

- $4x + x[3 - x(7 - x)] - 2x[4x - (x - 2)] =$
- $5(3x - 1)(2x + 3) - 3(2x + 3)(5 - 3x) + (2x + 3) =$
- $(2x - 3)(2x + 3) - (x + 5)(x - 5) =$
- $(2x + 1)(2x - 1) - 3(x - 5)^2 =$

Exercice 25 : Factoriser au maximum les expressions suivantes :

- $7x^3 + 14x^2 + 21x =$
- $x^2y - xy^2 + 2x^2y^2 =$
- $(-x + 1)(2x + 1) + (-2x - 1)(x - 10) =$
- $(x + 2)^2 - 16 =$
- $(x - 5)^2 - (5x + 7)^2 =$
- $36x^2 - 12x + 1 - (6x - 1)(x + 3) =$
- $49a^2 - 70ab + 25b^2 =$
- $121x^2 - 49a^2b^2 =$

Exercice 26 : Soient $A = (2x - 1)^2 - (5x + 1)(6x - 3) + (8x^2 - 2)$ et $B = 81x^2 + 36x + 4$

- Développer A
- Factoriser A et B

Exercice 27 : Soit $A = (3x+1)^2 - 2(9x^2-1) - (3x+1)(5x+3)$

- Développer et factoriser A

Exercice 28 : Soient $A = (2x-3)^2 - (x-1)^2$ et $B = (3x-4)(x-2) - (6x-8)(x-3)$

- Développer A et B
- Factoriser A et B

Exercice 29 : Soit $A = 2(x-2)(x+1) + (x^2-4) - 3(1-x)(4-2x)$

- Développer et factoriser A

Exercice 30 : Soient $A = (2x+1)^2 - (x-3)^2$ et $B = 9(x+1)^2 - (x-4)^2$

- Développer A et B
- Factoriser A et B

Exercice 31 : Soit $A = (3x-1)^2 - 9x^2 + 1 - (x-5)(3x-1)$

- Développer et factoriser A

Exercice 32 : Soient $A = (x+2)^2 - (3x+6)(1-x) - (x+2)$ et $B = 9(x+1)^2 - (x-4)^2$

- Développer A et B
- Factoriser A et B

Exercice 33 : Soient $A = (x-2)^2 - (2x+3)^2$ et $B = x^2 - 25 + (x-1)(x+5)$

- Développer A et B
- Factoriser A et B
- Factoriser $B - A$

Exercice 34 : Soient $A = (3x+5)^2 - 4(x-2)^2$ et $B = 2x + 18 - (x^2-81)$

- Développer A et B
- Factoriser A et B

Exercice 35 : Soit $A = (5x-1)^2 - (2-10x)(x+3) - (5x-1)$

- Développer et factoriser A

Exercice 36 : Factoriser les expressions suivantes :

- $(3x+5)^2 - 4x^2 =$
- $9x^2 - (2x+5)^2 =$

Exercice 37 : Factoriser $A = x^2 - 4x + 3$

Indice : $3 = 4 - 1$

Exercice 38 : Soient $A = 9(x+2)^2 - 64$ et $B = (3x-2)(2x-1) - 9x^2 + 4$

- Développer A et B
- Factoriser A et B
- Factoriser $A - B$

Exercice 39 : Soit $A = x^3 + x^2 - 4x - 4$

- Factoriser A sous la forme de facteurs de degré 1

Exercice 40 : Factoriser les expressions suivantes :

- $2x^2 - 2 =$
- $5(x-1)^2 - 20 =$
- $2x^2 - 2 + 5(x-1)^2 - 20 =$
- $2x^2 - 2 + x^2 + x =$